ワークシート①　　　　　　　　　2年2組　　番　氏名

ここに一つの例がある——線分 AC を E で分割して矩形 AEC が極大になるようにする。

線分 AC を B と呼び，B の一方の部分を A と名づければ，他の部分は $B-A$ となろう。そしてこれらの截片からつくった矩形は $BA-A^2$ であり，そしてこれが極大となるべきである。今度は他方において B の一方の部分を $A+E$ に等しいとおけば，他の部分は $B-A-E$ となり，これら截片からの矩形は

$$BA-A^2+BE-2AE-E^2$$

となりこれは前述の矩形と近似的に相等しくおかれねばならぬ。すなわちそれは，

【　　　　　　　　　　】

(　　　　　　　　　　)

【　　　　　　　　　　】

(　　　　　　　　　　)

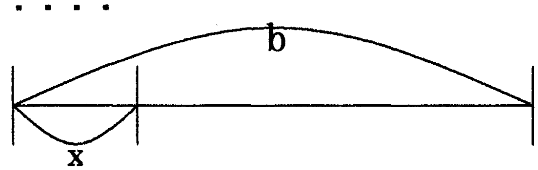
【　　　　　　　　　　】

(　　　　　　　　　　)

【　　　　　　　　　　】

かくして B を二等分すれば課題がとけ，そしてそれ以上に普遍的な方法はあり得ぬ。

現代的に解いてみると・・・・



上の図のように考えてみよう。すると求める長方形の面積は

$$x(b-x)$$

この式を平方完成すれば

$$\begin{aligned} &x(b-x) \\ &= -x^2+bx \\ &= -\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^2}{4} \end{aligned}$$

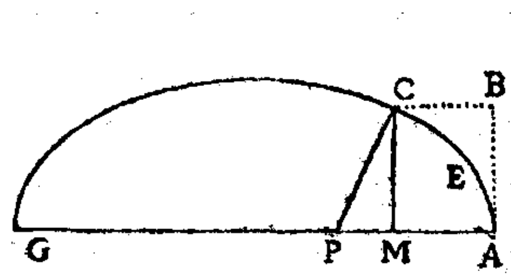
よって長方形の面積は　$x=\dfrac{b}{2}$ の時　最大となります

ワークシート②

2年　2組　　番　氏名

デカルトの接線法で，曲線上の点の法線を求めよう。
註：①、③、⑤式を穴埋めとしている。

〈楕円の場合について考えてみよう。〉
楕円上のCを通って楕円と直角をなす直線を引きたい。そのような直線が引けると仮定し，求める線をCPとする。
MA＝CB＝y（MC＝BA＝xとする）とする。Cは最初に定めた点であり，法線を求めるためには，Pの位置がわかればよい。



［第 11 図］

今，PC＝s，PA＝v**とするとPM＝**$v-y$

⊿PMC**が直角三角形より（三平方の定理）**

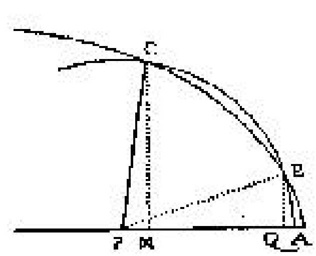
$$s^2 = x^2 + (v-y)^2 \quad \cdots ①$$

一方，楕円の方程式はアポロニウスの方法で

$$x^2 = ry - \frac{r}{q}y^2 \quad \cdots ②$$

と表すことができる。（※定義に従ってこのようにできることがわかっている）
①，②よりxを消去し，yについての方程式を求めると，

$$y^2 + \frac{qr-2qv}{q-r}y + \frac{v^2-s^2}{q-r} = 0 \quad \cdots ③$$



［第 14 図］

ここで，①は円の方程式とみなせるので，③を解くことは，円①と楕円②の交点C，Eを求めることである。
円の中心を通る直線はその円に垂直であるから，同時に楕円に対しても垂直になるには，円と楕円が一点で接しなければならない。よって，円①と楕円②が接するのは，③が重解（根）をもつときである。

ここで，yが重根e**をもつとすると，**$y = e$　・・・③'

よって，$(y-e)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y^2 - 2ey + e^2 = 0$ ・・・④

③，④の y **の係数を比較して，**

$$\frac{qr-2qv}{q-r}=-2e$$

ｖについて解くと，

$$v=e-\frac{r}{q}e+\frac{1}{2}\quad\cdots\cdots ⑤$$

③’よりｙ＝ｅ　だから，⑤に代入して

$$v=y-\frac{r}{q}y+\frac{r}{2}$$

これより v **が求められる。**

ゆえに，Ｐが求まるので，ＣＰが描ける。

フェルマーとデカルトとの方法について気づいたことがあったら書こう。